

الوحدة الثالثة
الدفـــع والتصـــادم

٣ - ١ الدفـــــع

الدفع:

إذا أثرت قوة $\overrightarrow{ق}$ ثابتة المقدار على جسم خلال فترة زمنية ن فإن دفع هذه القوة ونرمز له بالرمز $\overrightarrow{د}$ يعرف بأنه حاصل ضرب متجه القوة فى زمن تأثيرها أى أن:

$$\overrightarrow{د} = \overrightarrow{ق} \times ن$$

أى أن الدفع كمية متجهه لها نفس إتجاه القوة وباستخدام القياسات الجبرية يكون $د = ق\,ن$

وحدات قياس الدفع:

∵ الدفع = القوة × الزمن ∴ وحدة الدفع = وحدة قوة × وحدة زمن

مثل: داين.ث ، نيوتن.ث ، ث جم.ث ، ث كجم.ث ، نيوتن.دقيقة ، ث كجم.ساعة ، .....

أى أن وحدة الدفع = أى وحدة قوة × أى وحدة زمن

و يمكن التعبير عن الدفع بوحدات أخرى مثل: جم.سم/ث ، كجم. م/ث اى بوحدات كمية الحركة

لاحظ أن: جم.سم/ث هى نفس الوحدة داين.ث ، كجم.م/ث هى نفس الوحدة نيوتن.ث

مثـــال:

أثرت قوة مقدارها $١٠^{١٢}$ داين على جسم لفترة زمنية $١٠^{-٥}$ ثانية أوجد دفع القوة على الجسم بوحدة نيوتن.ث

الحـــل:

∵ $ق = ١٠^{١٢}$ داين ، $ن = ١٠^{-٥}$ ثانية ، ∵ $د = ق\,ن$

∴ $د = ١٠^{١٢} \times ١٠^{-٥} = ١٠^{٧}$ داين.ث $= \frac{١٠^{٧}}{١٠^{٥}} = ١٠٠$ نيوتن.ث

مثـــال:

أثرت القوى $\overrightarrow{ق_١} = ٢\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_٢} = \overrightarrow{ص} - ٥\overrightarrow{س}$ على جسم لمدة ثانية واحدة.أوجد مقدار دفع القوة على الجسم إذا كان معيار القوة بوحدة نيوتن.

الحـــل:

$\because \overrightarrow{ق} = \overrightarrow{ق}_١ + \overrightarrow{ق}_٢$

$\therefore \overrightarrow{ق} = ٢\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص} + \overrightarrow{ص} - ٥\overrightarrow{س} = -٣\overrightarrow{س} + ٤\overrightarrow{ص}$

$\because \overrightarrow{د} = \overrightarrow{ق} \times ن \quad \therefore \overrightarrow{د} = (-٣\overrightarrow{س} + ٤\overrightarrow{ص}) \times ١ = -٣\overrightarrow{س} + ٤\overrightarrow{ص}$

$\therefore$ مقدار الدفع $= \sqrt{(-٣)^٢ + ٤^٢} = ٥$ نيوتن.ث

الدفع وكمية الحركة:

$\because د = ق\ ن$ ومن قانون نيوتن الثانى نعلم ان: $ق = ك\ جـ$

$\therefore د = ك\ جـ\ ن$ ومن القانون الأول للحركة بعجلة منتظمة نـجد أن $ع - ع_٠ = جـ ن$

$\therefore د = ك(ع - ع_٠)$ أى أن الدفع = التغير فى كمية الحركة

وإذا كانت $ق$ دالة فى الزمن فإن الدفع يعطى بالتكامل الآتى:

الدفع $= \int_٠^ن ق\ ءن =$ المساحة تحت منحنى القوة ـ الزمن

$\therefore$ الدفع $= \int_٠^ن ق\ ءن = \int_٠^ن ك جـ\ ءن \quad ، \quad \therefore جـ = \frac{ءع}{ءن}$

$\therefore$ الدفع $= \int_٠^ن ق\ ءن = ك \int_٠^ن \frac{ءع}{ءن} ءن \quad \therefore$ الدفع $= \int_٠^ن ق\ ءن = ك \int_{ع_٠}^{ع} ءع$

$\therefore$ الدفع $= \int_٠^ن ق\ ءن = ك [ع]_{ع_٠}^{ع} \quad \therefore$ الدفع $= \int_٠^ن ق\ ءن = ك(ع - ع_٠)$

أى أن الدفع بصفة عامة يساوى التغير فى كمية الحركة

القوى الدفعية:

القوة الدفعية هى قوة كبيرة جداً تؤثر فى الجسم لفترة زمنية صغيرة جداً فتحدث تغيراً محسوساً فى كمية حركة الجسم ومن امثلتها:

قوة انفجار البارود ، قوة دفع المدفع للقذيفة ، القوى التى تنشأ عن التصادم بين جسمين متحركين مثل قـوة دفع مضرب التنس على الكرة أو القوى التى تنشأ عن تصادم جسم متحرك بسطح ثابت مثل القوة التى تنشأ عند أرتطام عجلات الطائرة بالأرض عند الهبوط وقوة دفع الآرض لكرة تسقط عليها ، .... الخ

وعند تاثير قوة دفعية على الجسم يكون:

$ق ن = ك ع_٢ - ك ع_١ \Leftarrow$ $\therefore ك ع_١ + ق ن = ك ع_٢$ حيث ن فترة زمنية صغيرة للغاية

مثـــال:

أثرت قوة ثابتة مقدارها ق على جسم كتلته ك لمدة $\frac{١}{٤٩}$ ثانية فغيرت سرعته من ٣ م/ث إلى ٥٤كم/س فى إتجاه القوة.وكان دفع القوة يساوى ٤,٨ نيوتن.ث أوجد كتلة الجسم ومقدار القوة بثقل الكجم.

الحـــل:

$\because$ الدفع = ق ن $\therefore ٤,٨ = ق \times \frac{١}{٤٩}$

$\therefore ق = ٤٩ \times ٤,٨ = ٢٣٥,٢$ نيوتن $= \frac{٢٣٥,٢}{٩,٨} = ٢٤$ ث.كجم

$\because$ الدفع = التغير فى كمية الحركة ، $ع_١ = ٣$ م/ث ، $ع_٢ = ٥٤ \times \frac{٥}{١٨} = ١٥$ م/ث

$\therefore ٤,٨ = ك(ع_٢ - ع_١)$ $\therefore ٤,٨ = ك(١٥ - ٣)$ $\therefore ك = \frac{٤,٨}{١٢} = ٠,٤$ كجم

مثـــال:

جسم كتلته ٣ كجم يتحرك بسرعة $\overleftarrow{ع} = ٥\overleftarrow{س} - ٢\overleftarrow{ص}$ ، أثرت عليه قوة ثابتة لمدة زمنية ن وكان دفع القوة على الجسم يساوى $٦\overleftarrow{س} + ٩\overleftarrow{ص}$ ، أوجد سرعة الجسم بعد تأثير القوة إذا كانت السرعة بوحدة م/ث ،ومقدار الدفع بوحدة نيوتن.ث

الحـــل:

$\because$ الدفع = التغير فى كمية الحركة

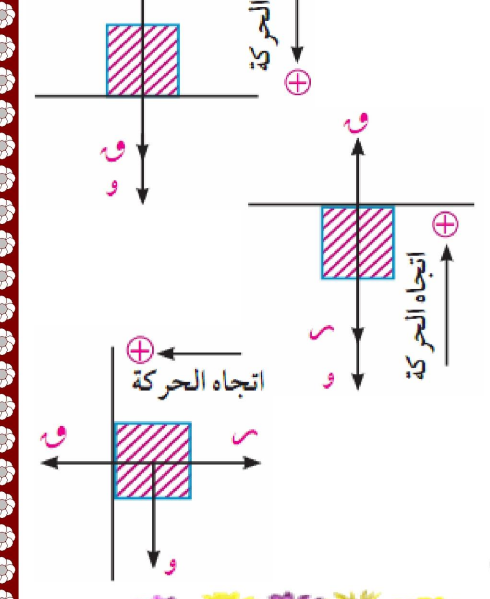
$\therefore \overleftarrow{د} = ك(\overleftarrow{ع} - \overleftarrow{ع_٠})$ $\therefore ٦\overleftarrow{س} + ٩\overleftarrow{ص} = ٣\{\overleftarrow{ع} - (٥\overleftarrow{س} - ٢\overleftarrow{ص})\}$

$\therefore ٢\overleftarrow{س} + ٣\overleftarrow{ص} = \overleftarrow{ع} - (٥\overleftarrow{س} - ٢\overleftarrow{ص})$

$\therefore \overleftarrow{ع} = ٢\overleftarrow{س} + ٣\overleftarrow{ص} + (٥\overleftarrow{س} - ٢\overleftarrow{ص})$ $\therefore \overleftarrow{ع} = ٧\overleftarrow{س} + \overleftarrow{ص}$

$\therefore ||\overleftarrow{ع}|| = \sqrt{٧^٢ + ١^٢} = \sqrt{٥٠} = ٥\sqrt{٢}$ م/ث

ملاحظات هامة:



١) عند سقوط جسم وزنه ((و)) رأسيا على سطح الأرض فإن:

ضغط الجسم على الأرض = رد فعل الأرض على الجسم = ر + و

٢) عند قذف جسم وزنه ((و)) رأسيا وإصطدامه بسقف الحجرة فإن:

ضغط الجسم على السقف = رد فعل الأرض على الجسم = ر − و

٣) عند قذف جسم وزنه ((و)) أفقيا وإصطدامه بحائط رأسى فإن:

ضغط الجسم على الحائط = رد فعل الأرض على الجسم = ر

حيث ((ر)) مقدار القوة الدفعية ، ((و)) وزن الجسم

مثـــال:

جسم كتلته ٣٠٠ جم قذف رأسياً لأعلى بسرعة ٨٤٠ سم/ث من نقطة أسفل سقف الحجرة بمقدار ١١٠ سم فاصطدم بالسقف وارتد إلى أرض الحجرة بعد $\frac{1}{2}$ ثانية من الإصطدام ، أوجد دفع السقف للجسم علما بأن إرتفاع السقف ٢٧٢,٥ سم ، وإذا كان زمن تلامس الجسم $\frac{1}{10}$ ثانية فاوجد القوة الدفعية.

الحـــل:

د ، ع$_1$ ، ع$_2$ ، ي ، ١١٠ سم ، ع. ، ٢٧٢,٥ سم

حساب سرعة الإصطدام بالسقف (ع$_1$)

ع. = ٨٤٠ سم/ث ، ء = −٩٨٠ سم/ث^2 ، ف = ١١٠ سم

∵ ع^2 = ع.^{2} + ٢جف

∴ ع^2 = (٨٤٠)^2 − ٢ × ٩٨٠ × ١١٠ = ٤٩٠٠٠٠

∴ ع$_1$ = ٧٠٠ سم/ث

حساب سرعة الإرتداد من السقف (ع$_2$)

ء = ٩٨٠ سم/ث^2 ، ف = ٢٧٢,٥ سم ، ن = $\frac{1}{2}$ ث

∵ ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ ج ن^2 ∴ ٢٧٢,٥ = ع$_2$ × $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$ × ٩٨٠ × ($\frac{1}{2}$)^2

∴ ٥٤٥ = ع$_2$ + ٢٤٥   ∴ ع$_2$ = ٥٤٥ − ٢٤٥ = ٣٠٠ سم/ث

بفرض ي متجه وحدة فى إتجاه سرعة الإرتداد

∴ ع$_1$ = −٧٠٠ سم/ث ، ع$_2$ = ٣٠٠ سم/ث

∵ الدفع = التغير فى كمية الحركة

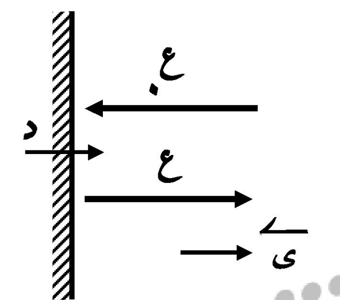
∴ $د = ك(ع_٢ - ع_١)$ ∴ $د = ٣٠٠ \times (٣٠٠ + ٧٠٠) = ٣ \times ١٠^٥$ جم.سم/ث

∵ الدفع = $ق\, ن$ ∴ $٣ \times ١٠^٥ = ق \times \frac{١}{١٠}$ ∴ $ق = ٣ \times ١٠^٦$ داين = ٣٠ نيوتن

مثـــال:

كرة تنس كتلتها ٤٠ جم تتحرك أفقيا بسرعة ٥٠ سم/ث إصطدمت بالمضرب فارتـدت فـى الإتجـاه المـضاد بسرعة ١١٠ سم/ث .أوجد مقدار دفع المضرب على الكرة،وإذا كان زمن تلامس الكرة مع المضرب $\frac{١}{٤٩}$ مـن الثانية فما قوة دفع المضرب على الكرة؟

الحـــل:



بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى إتجاه سرعة الإرتداد

∴ $ع. = -٥٠$ سم/ث ، $ع = ١١٠$ سم/ث

∵ الدفع = التغير فى كمية الحركة

∴ $د = ك(ع - ع.)$ ∴ $د = ٤٠ \times (١١٠ + ٥٠) = ٦٤٠٠$ جم.سم/ث

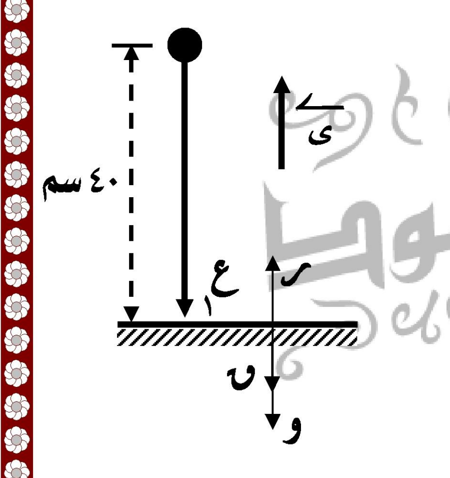
∵ الدفع = $ق\, ن$ ∴ $٦٤٠٠ = ق \times \frac{١}{٤٩}$

∴ $ق = ٦٤٠٠ \times ٤٩ = ٣١٣٦٠٠$ داين = ٣,١٣٦ نيوتن

مثـــال:

كرة من الصلصال كتلتها ١ كجم سقطت من أرتفاع ٤٠ سم على ميـزان ضـغط وكـان زمـن الـصدمة $\frac{١}{٧}$ ثانية فأوجد قراءة الميزان علماً بان الكرة لم ترتد بعد الصدمة.

الحـــل:



حساب سرعة الإصطدام الكرة بالميزان $(ع_١)$

$ع. = ٠$ ، $ى = ٩,٨$ سم/ث^٢ ، ف = ٤٠ سم = ٠,٤ م

∵ $ع^٢ = ع.^٢ + ٢جف$

∴ $ع = \sqrt{٠ + ٢ \times ٩,٨ \times ٠,٤} = ٢,٨$ م/ث

، ∵ الكرة لم ترتد بعد الصدمة ∴ $ع_٢ = ٠$

بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة لأعلى ∴ $ع_١ = -٢,٨$ م/ث

∵ $د = ك(ع_٢ - ع_١)$ ∴ $د = ١ \times (٠ + ٢,٨) = ٢,٨$ كجم.م/ث

∵ الدفع = ق ن ∴ $٢,٨ = ق \times \frac{١}{٧}$ ∴ $ق = ٢,٨ \times ٧ = ١٩,٦$ نيوتن

∵ قراءة الميزان = ضغط الكرة على الميزان = رد فعل الميزان على الكرة = ق + و

∴ قراءة الميزان = $١٩,٦ + ١ \times ٩,٨ = ٢٩,٤$ نيوتن = $\frac{٢٩,٤}{٩,٨} = ٣$ ث.كجم

مثـــال:

كرة كتلتها ٥٠٠ جم سقطت من ارتفاع ٢,٥ متر على سطح سائل لزج فغاصت فيه بسرعة منتظمة وقطعت مسافة ٣,٥ متر فى ٢ ثانية. أحسب دفع السائل للكرة.

الحـــل:

حساب سرعة الإصطدام بالسائل:

$ع_٠ = ٠$ ، $د = ٩,٨$ م/ث٢ ، ف = ٢,٥م

∵ $ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢جف$ ∴ $ع = \sqrt{٠ + ٢ \times ٩,٨ \times ٢,٥} = ٧$ م/ث

حساب السرعة داخل السائل:

∵ السرعة منتظمة ∴ $ع = \frac{ف}{ن}$ ∴ $ع = \frac{٣,٥}{٢} = ١,٧٥$ م/ث

نعتبر الإتجاه الموجب $\overleftarrow{ى}$ فى إتجاه دفع السائل للكرة

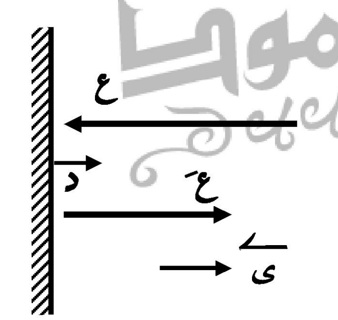
∴ ع = −٧ م/ث ، $ع^{\prime} = -١,٧٥$ م/ث ، ك = ٥٠٠جم = $\frac{١}{٢}$ كجم

∵ $د = ك(ع^{\prime} - ع)$ ⇐ ∴ $د = \frac{١}{٢} \times (-١,٧٥ + ٧) = ٢,٦٢٥$ كجم.م/ث

مثـــال:

اصطدمت كرة ملساء كتلتها ٤٠٠ جم ومتحركة على أرض أفقية بسرعة ١٠٠ سم/ث تصادماً مباشراً بحائط رأسى فأثر عليها بدفع مقداره ٠,٤٨ نيوتن.ث . عين سرعة ارتداد الكرة من الحائط.

الحـــل:



∵ دفع الحائط على الكرة = التغير فى كمية حركة الكرة

نعتبر الإتجاه الموجب $\overleftarrow{ى}$ فى إتجاه سرعة الإرتداد

∴ ع = −١٠٠ سم/ث ، ك = ٤٠٠جم

، د = ٠,٤٨ نيوتن.ث = $٠,٤٨ \times ١٠^٥$ داين.ث

∵ د = ك(عَ − ع) ⇐ ∴ ٠٫٤٨ × $١٠^{٥}$ = ٤٠٠ × (عَ + ١٠٠)

∴ ١٢٠ = عَ + ١٠٠ ⇐ ∴ عَ = ١٢٠ − ١٠٠ = ٢٠ سم/ث

مثـــال:

سقطت كرة من المطاط كتلتها كيلوجرام واحد من ارتفاع ٤٫٩ متر على سطح أرض أفقية صلبة فارتدت إلى أقصى ارتفاع لها وهو ٢٫٥ متر ، أحسب مقدار التغير فى كمية حركة الكرة نتيجة إصطدامها بالأرض ، ثم أوجد مقدار رد فعل الأرض على الكرة بالنيوتن إذا كان زمن تلامس الكرة بالأرض ٠٫١ ثانية .

الحـــل:

حساب سرعة الإصطدام بالأرض

$ع_{٠}$ = ٠ ، ء = ٩٫٨ م/$ث^{٢}$ ، ف = ٤٫٩ م

∵ $ع^{٢} = ع_{٠}^{٢}$ + ٢جف ∴ ع = $\sqrt{٠ + ٢ × ٩٫٨ × ٤٫٩}$ = ٩٫٨ م/ث

حساب سرعة الإرتداد من الأرض

ع = ٠ ، ء = −٩٫٨ م/$ث^{٢}$ ، ف = ٢٫٥ م

∵ $ع^{٢} = ع_{٠}^{٢}$ + ٢ءف ∴ ٠ = $ع_{٠}^{٢}$ − ٢ × ٩٫٨ × ٢٫٥

∴ $ع_{٠}^{٢}$ = ١٩٫٦ × ٢٫٥ ∴ $ع_{٠}$ = ٧ م/ث

نعتبر الإتجاه الموجب ى فى إتجاه سرعة الإرتداد

∴ ع = −٩٫٨ م/ث ، عَ = ٧ م/ث ، ك = ١ كجم

التغير فى كمية الحركة = ك(عَ − ع) = ١ × (٧ + ٩٫٨) = ١٦٫٨ كجم.م/ث

، ∵ د = ٯ ن ⇐ ∴ ٯ × ٠٫١ = ١٦٫٨

∴ ٯ = $\frac{١٦٫٨}{٠٫١}$ = ١٦٨ نيوتن

∵ رد فعل الأرض على الكرة = ضغط الكرة على الأرض = القوة الدفعية + وزن الكرة

∴ ر = ٯ + كء ⇐ ∴ ر = ١٦٨ + ٩٫٨ = ١٧٧٫٨ نيوتن

٣ - ٢ التصـــــادم

أولا: التصادم المرن:

التصادم المرن هو التصادم الذى لايحدث فيه تشوه أو توليد حرارة نتيجة للتصادم أى لايحدث فيه فقد فى طاقة الحركة مثل تصادم كرات البلياردو .

وعند تصادم كرتان ملساوان تصادما مباشرا فإن التصادم يحدث عند نقطة تلامسهماويكون دفع الكرة الأولى على الثانية يساوى دفع الكرة الثانية على الأولى ويضاده فى الإتجاه.

وفى التصادم المرن فإن مجموع كميتى الحركة قبل التصادم وبعده لايتغير نتيجة للتصادم

أى أن مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

الإثبات:

بفرض أن $ك_1$ ، $ك_2$ كتلتى الكرتين

وأن $\overrightarrow{ع_1}$ ، $\overrightarrow{ع_2}$ متجهى سرعتيهما قبل التصادم

وأن $\overrightarrow{ع'_1}$ ، $\overrightarrow{ع'_2}$ متجهى سرعتيهما بعد التصادم

وأن $\overrightarrow{د}$ دفع الكرة الثانية على الأولى ، $-\overrightarrow{د}$ دفع الكرة الأولى على الثانية

∵ دفع الكرة الثانية على الأولى = التغير فى كمية حركة الأولى

$$\therefore \overrightarrow{د} = ك_1 \overrightarrow{ع'_1} - ك_1 \overrightarrow{ع_1} \quad (1)$$

، ∵ دفع الكرة الأولى على الثانية = التغير فى كمية حركة الثانية

$$\therefore -\overrightarrow{د} = ك_2 \overrightarrow{ع'_2} - ك_2 \overrightarrow{ع_2} \quad (2)$$

بجمع (١) ، (٢)

$$\therefore ك_1 \overrightarrow{ع'_1} - ك_1 \overrightarrow{ع_1} + ك_2 \overrightarrow{ع'_2} - ك_2 \overrightarrow{ع_2} = \overrightarrow{0}$$

$$\therefore ك_1 \overrightarrow{ع_1} + ك_2 \overrightarrow{ع_2} = ك_1 \overrightarrow{ع'_1} + ك_2 \overrightarrow{ع'_2}$$

∴ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

وباستخدام القياسات الجبرية يكون:

$$د = ك_1 ع'_1 - ك_1 ع_1$$

$$، \quad -د = ك_2 ع'_2 - ك_2 ع_2$$

$$، \quad ك_1 ع_1 + ك_2 ع_2 = ك_1 ع'_1 + ك_2 ع'_2$$

حيث:

د : القياس الجبرى لدفع الكرة الثانية على الأولى

، $ع_١$ ، $ع_١^/$: القياسان الجبريان لسرعة الكرة الأولى قبل وبعد التصادم مباشرة

، $ع_٢$ ، $ع_٢^/$: القياسان الجبريان لسرعة الكرة الثانية قبل وبعد التصادم مباشرة

ثانيا:التصادم غير المرن:

التصادم غير المرن هو التصادم الذى يحدث فيه تشوه أو توليد حرارة نتيجة للتصادم أى يحدث فيه فقد فى طاقة الحركة مثل تصادم عربات القطار وتصادم المطارق مع الإجسام.

وفى التصادم غير المرن يبقى مجموع كميتى الحركة قبل التصادم وبعده لايتغير نتيجة للتصادم وبالتالى تكون معادلة الإحتفاظ بكمية الحركة عند التحام الجسمين بعد التصادم هى:

$$ك_١ \overleftarrow{ع_١} + ك_٢ \overleftarrow{ع_٢} = (ك_١ + ك_٢) \overleftarrow{ع}$$

وبالقياسات الجبرية تكون:

$$ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = (ك_١ + ك_٢) ع$$

حيث: ع السرعة المشتركة للجسمين بعد التصادم

ملاحظات هامة:

١) يجب تحديد إشارة القياس الجبرى للسرعات قبل وبعد التصادم حسب إتجاه متجه الوحدة الذى نفرضه وفى حالة الإرتداد يفضل إعتبار إتجاه الإرتداد هو الموجب

٢) يمكن أستخدام أى وحدات للكتل و السرعات بشرط أن تكون نفس الوحدات فى الطرفين

مثـــال:

تتحرك كرتان ملساوان كتلة كل منهما ٢٠٠ جم فى خط مستقيم واحد على أرض أفقية وكانت سرعة الأولى ٥ متر/ث وسرعة الثانية ٩ متر/ث فى نفس إتجاه حركة الأولى فإذا تصادمت الكرتان فعين سرعة كل منهما بعد التصادم مباشرة علما بأن مقدار دفع الكرة الثانية على الأولى = $٦,٠ \times ١٠^{٥}$ داين.ث

الحـــل:

قبل التصادم
ى
$ع_١$ ك١ $ع_٢$ ك٢
بعد التصادم
$ع_١^/$ ك١ $ع_٢^/$ ك٢

نعتبر الإتجاه الموجب $\overleftarrow{ى}$ فى إتجاه سرعة الكرتين

$\therefore ع_١ = ٥$ م/ث ، $ع_٢ = ٩$ م/ث ، $ع_١^/ = ؟؟$ ، $ع_٢^/ = ؟؟$

د = $٦,٠ \times ١٠^{٥}$ داين.ث = ٦,٠ نيوتن.ث

$\because$ دفع الكرة الثانية على الأولى = التغير فى كمية حركة الأولى

$\therefore$ د = ك$_1$ (ع$_1'$ − ع$_1$)

$\therefore$ ٠,٦ = ٢و٠ (ع$_1'$ − ٥) $\therefore$ ٣ = ع$_1'$ − ٥ $\therefore$ ع$_1'$ = ٨ م/ث

$\because$ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

$\therefore$ ك$_1$ ع$_1$ + ك$_2$ ع$_2$ = ك$_1$ ع$_1'$ + ك$_2$ ع$_2'$

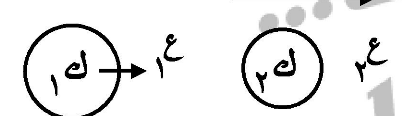
$\therefore$ ٠,٢ × ٥ + ٠,٢ × ٩ = ٠,٢ × ٨ + ٠,٢ × ع$_2'$

$\therefore$ ٥ + ٩ = ٨ + ع$_2'$ $\Leftarrow$ $\therefore$ ع$_2'$ = ١٤ − ٨ = ٦ م/ث

مثال:

عربة قطار كتلتها ٦ طن تسير بسرعة ٢٥ م/ث إصطدمت بعربة قطار أخرى ساكنة كتلتها ٣ طن فإذا سارت العربتان بعد التصادم مباشرة كجسم واحد احسب سرعتهما المشتركة عندئذ.

الحل:

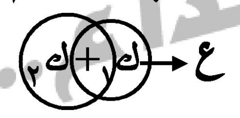


نعتبر الإتجاه الموجب ى فى إتجاه سرعة العربة الاولى

$\therefore$ ع$_1$ = ٢٥ م/ث ، ع$_2$ = ٠ ، ع = ؟؟

ك$_1$ = ٦٠٠٠ كجم ، ك$_2$ = ٣٠٠٠ كجم

بعد التصادم



$\because$ العربتان تحركتا بعد التصادم كجسم واحد

$\therefore$ ك$_1$ ع$_1$ + ك$_2$ ع$_2$ = (ك$_1$ + ك$_2$) ع

$\therefore$ ٦٠٠٠ × ٢٥ + ٣٠٠٠ × ٠ = (٦٠٠٠ + ٣٠٠٠) × ع

$\therefore$ ع = $\frac{٦٠٠٠ \times ٢٥}{٩٠٠٠}$ = $\frac{٥٠}{٣}$ م/ث فى نفس الإتجاه

مثال:

تسقط مطرقة من الحديد كتلتها ٢,١ طن من ارتفاع ١,٦ متر على عمود من أعمدة الأساس كتلته ٣٥٠ كجم فتدفعه فى الأرض مسافة ١٢ سم فإذا تحركت المطرقة والعمود بعد التصادم كجسم واحد رأسيا إلى أسفل أحسب مقدار السرعة المشتركة لهما بعد التصادم ثم إحسب مقدار مقاومة الأرض بفرض أنها ثابتة.

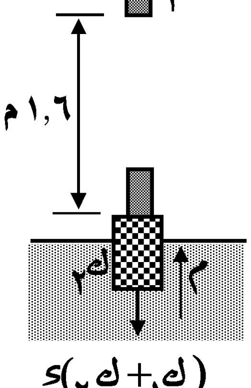
الحل:

حساب سرعة إصطدام المطرقة بعامود الأساس:

ع$_0$ = ٠ ، ء = ٩,٨ م/ث^2 ، ف = ١,٦ م

$\because$ ع^2 = ع$_0^2$ + ٢ءف

$\therefore$ ع = $\sqrt{٠ + ٢ \times ٩,٨ \times ١,٦}$ = ٥,٦ م/ث



∴ $ك_١ = ٢,١$ طن $= ٢١٠٠$ كجم ، $ع_١ = ٥,٦$ م/ث

، $ك_٢ = ٣٥٠$ كجم ، $ع_٢ = ٠$ لأن عمود الأساس ساكن

عند التصادم:

$$ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = (ك_١ + ك_٢)\ ع$$

$$∴ ٢١٠٠ × ٥,٦ + \cancel{٣٥٠ × ٠} = (٢١٠٠ + ٣٥٠)\ ع$$

$$∴ ع = \frac{٢١٠٠ × ٥,٦}{٢٤٥٠} = ٤,٨ \text{ م/ث}$$

بعد التصادم تتحرك المطرقة والعمود بعجلة جـ مسافة ١٢سم وبسرعة ابتدائية ٤,٨ م/ث وتكون السرعة النهائية تساوى صفر

$$∵ ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢جـف \quad ∴ ٠ = (٤,٨)^٢ + ٢جـ × ٠,١٢ \quad ∴ جـ = \frac{(٤,٨)^٢}{٠,٢٤} = -٩٦ \text{ م/ث}^٢$$

معادلة الحركة داخل الأرض: $(ك_١ + ك_٢)ء - م = (ك_١ + ك_٢)\ جـ$

$$(٢١٠٠ + ٣٥٠) × ٩,٨ - م = (٢١٠٠ + ٣٥٠) × (-٩٦)$$

$$∴ م = ٢٤٥٠ × (٩,٨ + ٩٦) = ٢٥٩٢١٠ \text{ نيوتن} = \frac{٢٥٩٢١٠}{٩,٨} = ٢٦٤٥٠ \text{ ث.كجم}$$

مثـــال:

تتحرك كرتان ملساوان كتلتاهما ك ، ٢ك على نضد أفقى فى خط مستقيم واحد وفى نفس الإتجاه بحيث كانت الكرة الصغرى فى الأمام وسرعتها ١٠ متر/ث والكرة الكبرى فى الخلف وسرعتها ١٢ متر/ث. وبعد التصادم تحركت الكرة الصغرى فى نفس إتجاه حركتها السابقة بسرعة ١٢ متر/ث. فماهى سرعة الكرة الكبرى بعد التصادم؟

الحـــل:

قبل التصادم ← ى

ك٢ ← ع٢ ك١ ← ع١

بعد التصادم

ك٢ ← ع٢َ ك١ ← ع١َ

نعتبر الإتجاه الموجب ى فى إتجاه سرعة الكرتين

∴ $ع_١ = ١٠$ م/ث ، $ع_٢ = ١٢$ م/ث ، $ع_١َ = ١٢$ م/ث ، $ع_٢َ = ؟؟$

$ك_١ = ك$ كجم ، $ك_٢ = ٢ك$ كجم

$$∵ ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = ك_١ ع_١' + ك_٢ ع_٢'$$

$$∴ \cancel{ك} × ١٠ + ٢\cancel{ك} × ١٢ = \cancel{ك} × ١٢ + ٢\cancel{ك} × ع_٢'$$

$$∴ ١٠ + ٢٤ = ١٢ + ٢ع_٢' \quad ∴ ٢ع_٢' = ٣٤ - ١٢ = ٢٢ \quad ∴ ع_٢' = \frac{٢٢}{٢} = ١١ \text{ م/ث}$$

أى أن الكرة الكبرى تتحرك بعد التصادم بسرعة ١١متر/ث فى نفس الإتجاه

مثـــال:

كرة كتلتها $\frac{1}{2}$ كجم تتحرك فى خط مستقيم بسرعة مقدارها ٤٤ سم/ث فإذا اصطدمت بكرة أخرى ساكنة على النضد وكتلتها $1\frac{1}{2}$ كجم وتحركتا معاً كجسم واحد أوجد السرعة المشتركة لهما بعد التصادم مباشرة. وإذا فرض أن الجسم يتحرك بعد التصادم ضد مقاومة ثابتة فوقف بعد أن قطع مسافة قدرها ١١ سم ، أوجد المقاومة.

الحـــل:

قبل التصادم

بعد التصادم

اتجاه الحركة

١١ سم

نعتبر الإتجاه الموجب $\overset{\frown}{ى}$ فى إتجاه سرعة الكرة الأولى

$\therefore$ $ع_1 = ٤٤$ سم/ث ، $ع_2 = ٠$ ، $ع = ؟؟$

$ك_1 = ٥٠٠$ جم ، $ك_2 = ١٥٠٠$ جم

$\because$ الجسمان تحركا بعد التصادم كجسم واحد

$\therefore ك_1 ع_1 + ك_2 ع_2 = (ك_1 + ك_2) ع$

$\therefore ٥٠٠ \times ٤٤ + ١٥٠٠ \times ٠ = (٥٠٠ + ١٥٠٠) \times ع$

$\therefore ع = \frac{٥٠٠ \times ٤٤}{٢٠٠٠} = ١١$ سم/ث فى نفس الإتجاه

مع وجود المقاومة:

$\therefore$ الجسم يتحرك بسرعة ابتدائية ١١ سم/ث ويسكن بعد أن يقطع مسافة ١١ سم

$\because ع^2 = ع_0^2 + ٢جف$

$\therefore ٠ = (١١)^2 + ٢ \times جـ \times ١١ \Leftarrow \therefore جـ = \frac{-(١١)^2}{٢ \times ١١} = -٥,٥$ سم/ث^2

$\therefore$ معادلة حركة الجسم هى: $-م = (ك_1 + ك_2)جـ$

$\therefore -م = ٢٠٠٠ \times (-٥,٥) \Leftarrow \therefore م = ١١٠٠٠$ داين

مثـــال:

تتحرك كرتان ملساوان كتلة كل منهما ٤٠٠ جم فى خط مستقيم واحد على نضد أفقى أملس بسرعة ٤ متر/ث فى نفس الإتجاه وبينهما مسافة ما. وضع حاجز على النضد بحيث يقطع مسار الكرتين على التعامد فاصطدمت به الكرة الأمامية وارتدت لتصدم الكرة الخلفية ثم ارتدت مرة ثانية بسرعة ٢ متر/ث . عين سرعة الكرة الخلفية بعد التصادم علما بأن الحاجز قد أثر على الكرة الأولى بدفع مقداره ٢,٨ نيوتن.ث.

الحـــل:

نعتبر الإتجاه الموجب $\overset{\frown}{ى}$ فى إتجاه سرعة الكرتين

أولا: تصادم الكرة الأمامية مع الحاجز

قبل التصادم

بعد التصادم مع الحاجز

بعد التصادم الكرتين

$\therefore$ ع$_1$ = ع$_2$ = ٤ م/ث ، د = −٢,٨ م/ث ، ع$'_1$ = ؟؟

ك$_1$ = ك$_2$ = ٠,٤ كجم

$\because$ التغير فى كمية حركة الكرة = الدفع المؤثر عليها

$\therefore$ ك$_1$ (ع$'_1$ − ع$_1$) = د

$\therefore$ ٠,٤ × ع$'_1$ − ٠,٤ × ٤ = − ٢,٨

$\therefore$ ٠,٤ ع$'_1$ = − ٢,٨ + ١,٦ = − ١,٢ $\therefore$ ع$'_1$ = $\frac{-١,٢}{٠,٤}$ = −٣ م/ث

$\therefore$ الكرة الأمامية تتحرك بعد التصادم مع الحاجز بسرعة ٣ م/ث عكس إتجاه سرعتها الأولى

ثانيا: تصادم الكرتين

ع$'_1$ = −٣ م/ث ، ع$_2$ = ٤ م/ث ، ع$''_1$ = ٢ م/ث ، ع$'_2$ = ؟؟ ، ك$_1$ = ك$_2$ = ٠,٤ كجم

$\because$ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

$\therefore$ ك$_1$ ع$'_1$ + ك$_2$ ع$_2$ = ك$_1$ ع$''_1$ + ك$_2$ ع$'_2$

$\therefore$ ٠,٤ × (−٣) + ٠,٤ × ٤ = ٠,٤ × ٢ + ٠,٤ × ع$'_2$

$\therefore$ −٣ + ٤ = ٢ + ع$'_2$ $\Leftarrow$ $\therefore$ ع$'_2$ = ١ − ٢ = −١

$\therefore$ الكرة الثانية تتحرك بعد التصادم بسرعة ١ متر/ث عكس إتجاه سرعتها الأولى

مثـــال:

أ ب جـ هو خط أكبر ميل فى مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° حيث أجـ = ١٩,٦ متر وكانت أ هى النقطة العليا، ب فى منتصف $\overline{أجـ}$ وضعت كرة كتلتها ٣ جم عند أ فتحركت على $\overline{أجـ}$ واصطدمت عند ب بكرة أخرى ساكنة كتلتها ١ جم فإذا كونت الكرتان بعد التصادم جسماً واحداً. أوجد الزمن الذى يمضى بعد التصادم حتى يصل الجسم إلى جـ.

الحـــل:

الكرة الموضوعة عند أ تتحرك تحت تأثير وزنها فقط

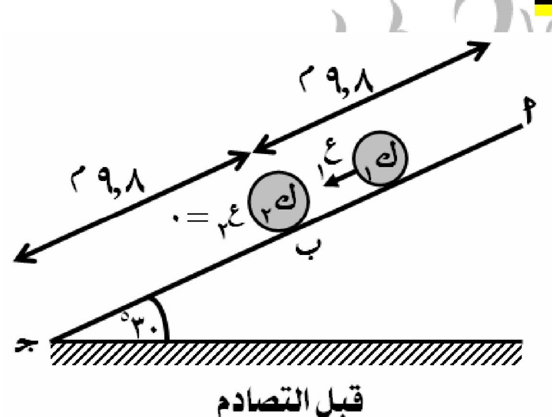
بعجلة جـ حيث جـ = د جاهـ

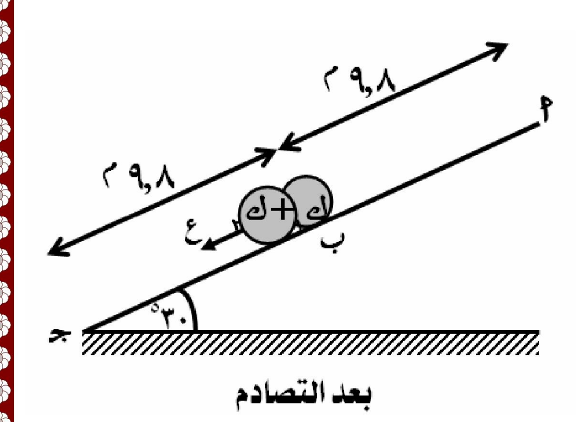
$\therefore$ جـ = ٩,٨ جا ٣٠° = ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$ = ٤,٩ م/ث^٢

حساب سرعة الكرة قبل الإصطدام

ع. = ٠ ، ف = ٩,٨ م ، جـ = ٤,٩ م/ث^٢

$\because$ ع^٢ = ع.^{٢} + ٢ جـ ف





بعد التصادم

∴ ع^{2} = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٤,٩ = ١٩,٦ × ٤,٩

∴ ع = ٩,٨ سم/ث

∴ ع$_{1}$ = ٩,٨ م/ث ، ع$_{2}$ = ٠ ، ع = ؟؟

، ك$_{1}$ = ٣ جم ، ك$_{2}$ = ١ جم

∵ **الجسمان تحركا بعد التصادم كجسم واحد**

∴ ك$_{1}$ع$_{1}$ + ك$_{2}$ع$_{2}$ = (ك$_{1}$ + ك$_{2}$) ع

∴ ٣ × ٩,٨ + ~~١ × ٠~~ = (٣ + ١) × ع

∴ ع = $\frac{٣ \times ٩,٨}{٤}$ = ٧,٣٥ م/ث فى الإتجاه لأسفل

بعد التصادم:

يتحرك الجسم المكون من الكرتين على المستوى تحت تأثير وزنه فقط بعجلة جـ

حيث جـ = ءجاهـ ⟸ ∴ جـ = ٩,٨ جا ٣٠° = ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$ = ٤,٩ م/ث^{2}

حساب زمن الوصول الى النقطة جـ

الجسم يتحرك بسرعة ابتدائية ٧,٣٥ م/ث وبعجلة ٤,٩ م/ث^{2} ليقطع مسافة ٩,٨ م

ع. = ٧,٣٥ م/ث ، ف = ٩,٨ م ، جـ = ٤,٩ م/ث^{2}

∴ ف = ع.ن + $\frac{١}{٢}$جـن^{2}

∴ ٩,٨ = ٧,٣٥ن + $\frac{١}{٢}$ × ٤,٩ × ن^{2} ⟸ ∴ ٢,٤٥ن^{2} + ٧,٣٥ن − ٩,٨ = ٠ × ١٠٠

∴ ٢٤٥ن^{2} + ٧٣٥ن − ٩٨٠ = ٠ (بالقسمة على ٢٤٥)

∴ ن^{2} + ٣ن − ٤ = ٠ ⟸ ∴ (ن − ١)(ن + ٤) = ٠

∴ ن = ١ ث أو ∴ ن = −٤ (مرفوض)

اى أن الجسم يصل الى النقطة جـ بعد ١ ث من التصادم

مثـــال:

تتحرك كرة كتلتها ١٢٠ جم بسرعة منتظمة ٤٠ سم/ث وبعد مرورها بموضع معين وبزمن قدره دقيقة واحدة تحركت من نفس الموضع كرة أخرى كتلتها ٨٠ جم بسرعة ابتدائية ٦٠ سم/ث وبعجلة تزايدية ٤ سم/ث^{2} فى نفس اتجاه حركة الكرة الأولى فإذا تصادمت الكرتان وتحركتا معاً كجسم واحد أحسب السرعة المشتركة لهما بعد التصادم مباشرة. وإذا تحرك الجسمان بعد التصادم تحت تأثير مقاومة ثابته تساوى ٣٨٤٠ داين . احسب متى يسكن الجسم.

الحـــل:

نفرض أن الكرة الأولى مرت بالموضع ٢ وبعد ١ دقيقة تحركت الكرة الثانية

خلال هذا الزمن تكون الكرة الأولى وصلت الى النقطة ب

وقطعت مسافة = السرعة × الزمن ∴ ٢ب = ٤٠ × ٦٠ = ٢٤٠٠ سم

نفرض أن التصادم حدث عند ج بعد ن ثانية من حركة الكرة الثانية

خلال هذا الزمن (ن) تقطع الكرة الأولى مسافة ب ج حيث ب ج = ٤٠ × ن = ٤٠ ن

وتقطع الكرة الثانية مسافة ٢ ج حيث ٢ج = ٢٤٠٠ + ب ج = ٢٤٠٠ + ٤٠ ن

∴ ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ جـ ن٢

∴ ٢٤٠٠ + ٤٠ ن = ٦٠ ن + $\frac{1}{2}$ × ٤ × ن٢ ⟸ ∴ ٢ن٢ + ٦٠ ن − ٢٤٠٠ − ٤٠ ن = ٠

∴ ٢ن٢ + ٢٠ ن − ٢٤٠٠ = ٠ ⟸ ∴ ن٢ + ١٠ ن − ١٢٠٠ = ٠

∴ (ن − ٣٠)(ن + ٤٠) = ٠ ⟸ ∴ ن = ٣٠ ث أو ∴ ن = − ٤٠ (مرفوض)

اى أن التصادم يحدث بعد ٣٠ ث من حركة الكرة الثانية وتكون سرعتها قبل التصادم $ع_2$

∵ ع = ع. + جـ ن ⟸ ∴ ع = ٦٠ + ٤ × ٣٠ = ١٨٠ سم/ث

∴ $ع_1$ = ٤٠ سم/ث ، ∴ $ع_2$ = ١٨٠ سم/ث ، ع = ؟؟ ، $ك_1$ = ١٢٠ جم ، $ك_2$ = ٨٠ جم

∵ الجسمان تحركا بعد التصادم كجسم واحد

∴ $ك_1$ $ع_1$ + $ك_2$ $ع_2$ = ($ك_1$ + $ك_2$) ع

∴ ١٢٠ × ٤٠ + ٨٠ × ١٨٠ = (١٢٠ + ٨٠) × ع

∴ ع = $\frac{٤٨٠٠ + ١٤٤٠٠}{٢٠٠}$ = ٩٦ سم/ث فى نفس الإتجاه

مع وجود المقاومة:

∴ الجسم يتحرك بسرعة ابتدائية ٩٦ سم/ث تحت تأثير مقاومة = ٣٨٤٠ داين حتى يسكن

∴ معادلة حركة الجسم هى: − م = ($ك_1$ + $ك_2$) جـ

∴ − ٣٨٤٠ = ٢٠٠ × جـ ⟸ ∴ جـ = $\frac{-٣٨٤٠}{٢٠٠}$ = −١٩,٦ سم/ث٢

∵ ع = ع. + جـ ن ⟸ ∴ ٠ = ٩٦ + (−١٩,٦) × ن

∴ ١٩,٦ ن = ٩٦ ⟸ ∴ ن = $\frac{٩٦}{١٩,٦}$ = ٤,٩٨ ≃ ٥ ث سم/ث٢

اتجاه الحركة
م ، $ك_1$ + $ك_2$ ، ع = ٠ ، ع. ، جـ ، ن